

2024 年复旦大学外国留学生本科生入学考试大纲

数 学

一、考试要求

考试对象为报考复旦大学的外国留学生，为复旦大学各院系录取新生提供考生基础知识、能力方面的信息。数学考试旨在考查考生对中学数学基础知识、基本技能和方法的掌握情况及其思维能力、运算能力和运用有关数学知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试细则

1、数学各部分内容在试卷中的占分比例

代数：约 60%

三角：约 15%

平面解析几何：约 20%

立体几何：约 5%

2、考试形式：闭卷笔试（线上）

3、试卷题型：单项选择题，共 30 题。

4、试卷分值：总分为 150 分，每题 5 分。答对得 5 分，不答得 0 分，答错倒扣 2 分

5、考试时间：90 分钟

三、考试内容

(一) 代 数

1、集合与函数

- (1) 集合的概念及其表示方法，集合的关系（子集，真子集，相等）及运算（交集，并集，补集）；
- (2) 函数的概念、表示方法、图像、性质（奇偶性，单调性，最大值和最小值）及其应用；
- (3) 反函数的定义，会求一些简单函数的反函数；
- (4) 幂、指数与对数的概念及有关的性质和运算法则；
- (5) 幂函数、指数函数、对数函数的定义、图像及其性质，以及与之相关的应用问题；
- (6) 函数导数的概念、意义、运算及应用。

2、等式与不等式

- (1) 等式和不等式的性质及其应用，用基本不等式求函数的最值；
- (2) 一元二次方程的根与系数的关系；
- (3) 一元一次不等式（组）、一元二次不等式（组）、简单的分式不等式以及含绝对值不等式的求解。

3、数列

- (1) 数列的概念与性质，数学归纳法；
- (2) 等差数列与等比数列的概念、通项及前 n 项和的公式，并能运用公式解决有关问题。

4、平面向量

- (1) 平面向量的基本概念，向量的线性运算（加法、减法、实数与向量的乘法）及几何意义；
- (2) 向量的坐标表示法，向量的投影与数量积，坐标表示下的向量运算，向量的夹角、平行与垂直，向量的应用。

5、复数初步

- (1) 复数及相关的概念，复数的四则运算；
- (2) 复数的坐标表示与向量表示，复数模的几何意义及性质。

6、排列、组合与二项式定理

- (1) 分类计数原理和分步计数原理，排列组合的概念，排列数、组合数的计算公式及应用；
- (2) 二项式定理和二项式系数的性质及其应用。

7、概率

- (1) 样本空间、随机事件及概率的定义，概率的性质，等可能事件概率的计算；
- (2) 互斥事件的意义，互斥事件的概率加法公式及其应用；
- (3) 相互独立事件的意义，相互独立事件的概率乘法公式及其应用；
- (4) 伯努利大数定律及其应用。

(二) 三角

8、三角基本知识

- (1) 任意角及其度量方法；

- (2) 任意角的正弦、余弦、正切和余切的定义，同角三角公式与诱导公式；
- (3) 两角和与差的余弦、正弦、正切公式，二倍角的正弦、余弦和正切公式；
- (4) 正弦定理、余弦定理和三角形面积公式，以及相关的应用问题。

9、三角函数的图像和性质

- (1) 正弦函数、余弦函数和正切函数的图像与性质，会用它们解决有关问题；
- (2) 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 与 $y = \sin x$ 的图像之间的关系，会求函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的周期、最大值和最小值。

(三) 平面解析几何

10、直线

- (1) 直线的倾斜角和斜率的概念，过两点的直线的斜率公式；
- (2) 直线方程的几种形式，两直线的位置关系，两直线的夹角，点到直线距离公式，以及相关的应用问题。

11、圆锥曲线

- (1) 圆的标准方程和一般方程，直线与圆的位置关系，圆与圆的位置关系；
- (2) 椭圆、双曲线和抛物线的标准方程及其几何性质。

(四) 立体几何

12、空间直线与平面

- (1) 平面及其基本性质；
- (2) 空间两条直线的位置关系（相交，平行，异面），等角定理及其推论，异面直线判定定理，异面直线所成的角；
- (3) 直线与平面的位置关系，直线和平面平行、垂直的判定定理，直线和平面平行、垂直的性质，直线和平面所成的角，三垂线定理；
- (4) 平面与平面的位置关系，两个平面平行的判定定理和性质定理，二面角，平面与平面垂直的判定定理和性质定理；

13、简单几何体

- (1) 多面体与旋转体的概念；
- (2) 柱体（棱柱，圆柱）、锥体（棱锥，圆锥）和球的定义及其表面积、体积的计算。

四、参考书目：

1. 普通高中教科书-数学必修 第一册—第四册（沪教版），上海教育出版社
2. 普通高中教科书-数学选择性必修 第一册—第三册（沪教版），上海教育出版社

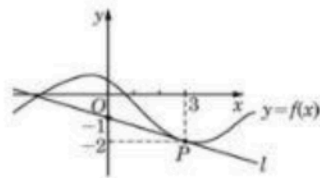
数学样卷（满分 150 分）

考生姓名：_____

得分：_____

选择题（共 30 小题，每小题选对得 5 分，不选得 0 分，选错扣 2 分，共 150 分。若倒扣分数大于所得分数，计 0 分）

1. 已知 $M = \{a | a = x + \sqrt{2}y, x, y \in Q\}$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $M \subseteq Q$ B. $M = Q$ C. $M \supset Q$ D. $M \subset Q$
2. 复数 $z = \frac{(2-i)^2}{i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()
 A. 25 B. $\sqrt{41}$ C. 5 D. $\sqrt{5}$
3. 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人, 这五人被录用的机会均等, 则甲或乙被录用的概率为 ()
 A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{9}{10}$
4. 抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点到直线 $x - \sqrt{3}y = 0$ 的距离是 ()
 A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1
5. 不等式 $|x^2 - 2| < 2$ 的解集是 ()
 A. $(-1, 1)$ B. $(-2, 2)$ C. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$
6. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$, 则双曲线 $C_1: \frac{x^2}{\sin^2 \theta} - \frac{y^2}{\cos^2 \theta} = 1$ 与 $C_2: \frac{y^2}{\cos^2 \theta} - \frac{x^2}{\sin^2 \theta} = 1$ 的 ()
 A. 实轴长相等 B. 虚轴长相等
 C. 离心率相等 D. 焦距相等
7. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+9x^2} - 3x) + 1$, 则 $f(\lg 5) + f(\lg \frac{1}{5}) =$ ()
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
8. 如图, 已知直线 l 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $x=3$ 处的切线, 则 $f'(3) =$ ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

9. 已知点 $A(-1,1), B(1,2), C(-2,-1), D(3,4)$,则向量 \overline{AB} 在 \overline{CD} 方向上的投影为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ C. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{3\sqrt{15}}{2}$

10. 若 $(1-2x)^6 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$, 则 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \dots + |a_6|$ 的值为 ()

- A. 1 B. 64 C. 243 D. 729

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$, 则不等式 $xf(x-1) \leq 1$ 的解集为 ()

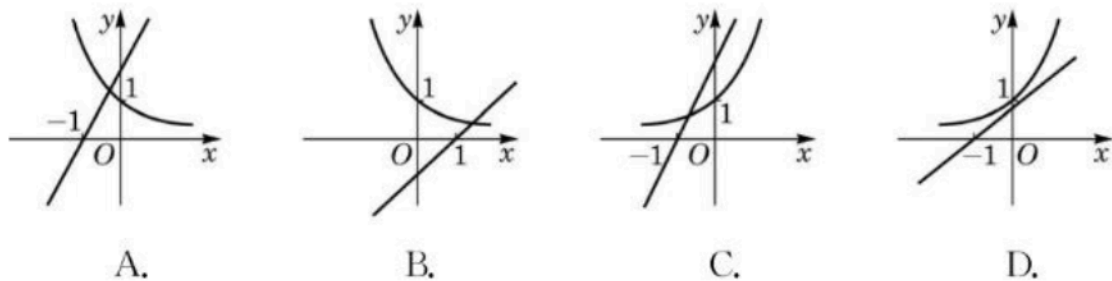
- A. $[-1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-1, 1]$ D. $[1, 2]$

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , C 与过原点的直线相交于 A, B 两

点, 连接 AF, BF . 若 $|AB| = 10, |BF| = 8, \cos \angle ABF = \frac{4}{5}$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{4}{5}$

13. 在同一直角坐标系中, 指数函数 $y = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 和一次函数 $y = a(x+1)$ 的图像关系可能是 ()



14. 若关于 x 的不等式 $x^2 + (k-1)x + 4 > 0$ 的解集为 R , 则实数 k 的取值范围是()

- A. $k \leq -3$ B. $-3 < k < 5$ C. $k \geq 5$ D. $k \leq -3$ 或 $k \geq 5$

15. 在三角形 ΔABC 中, 已知 $b^2 + c^2 - bc = a^2$, 且 $\frac{b}{c} = \frac{\tan B}{\tan C}$, 则 ΔABC 为()

- A. 等边三角形 B. 直角三角形 C. 等腰三角形 D. 有一个角为钝角的斜三角形

16. 下列函数与函数 $y=x$ 相同的是()

- A. $y = (\sqrt{x})^2$ B. $y = \ln e^x$ C. $y = \frac{x^2}{x}$ D. $y = \sqrt[4]{x^4}$

17. 从 n 个正整数 $1, 2, \dots, n$ 中任意取出两个不同的数, 若取出的两数之和等于 5 的概率为

$\frac{1}{14}$, 则 $n=(\quad)$

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

18. 方程 $\frac{3}{3^x-1} + \frac{1}{3} = 3^{x-1}$ 的实数解为()

- A. $\log_4 3$ B. $\log_3 4$ C. $\log_3 2$ D. $\log_2 3$

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对应的边长分别为 a, b, c , 若 $a \sin B \cos C + c \sin B \cos A = \frac{1}{2}b$, 且 $a > b$, 则 $\angle B = (\quad)$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

20. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB = 3, AC = 4$,

$AB \perp AC, AA_1 = 12$, 则球 O 的半径为()

- A. 13 B. 6 C. $\frac{13}{2}$ D. 5

21. 已知 $\sin \alpha = -\frac{7}{25}, \alpha \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = (\quad)$

- A. $-\frac{17}{31}$ B. $\frac{17}{31}$ C. $\frac{31}{17}$ D. $-\frac{31}{17}$

22. 若圆 $x^2 + y^2 = R^2 (R > 0)$ 和曲线 $\frac{|x|}{3} + \frac{|y|}{4} = 1$ 至少有六个公共点, 则 R 的范围是()

- A. $[\frac{12}{5}, 3]$ B. $(\frac{12}{5}, 3]$ C. $[\frac{12}{5}, 3)$ D. $(\frac{12}{5}, 3)$

23. 已知函数 $f(x) = -x^2 + 4x, x \in [m, 5]$ 的值域是 $[-5, 4]$, 则实数 m 的取值范围是()

- A. $[-1, 2]$ B. $[-1, 5]$ C. $[-1, 4]$ D. $[0, 5]$

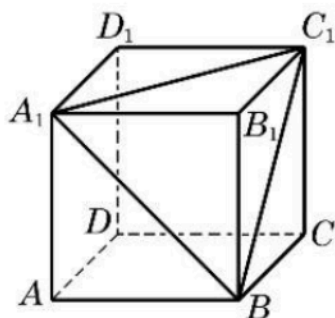
24. 已知点 $M(x, y)$ 在椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上, 则 $x+y$ 的最大值为()

- A. 5 B. 4 C. 7 D. $\frac{7}{2}\sqrt{2}$

25. 过圆 $O: x^2 + y^2 = 16$ 外一点 $M(2, -6)$ 作一条割线交圆 O 于 A, B 两点, 则弦 AB 的中点 C 的轨迹为()

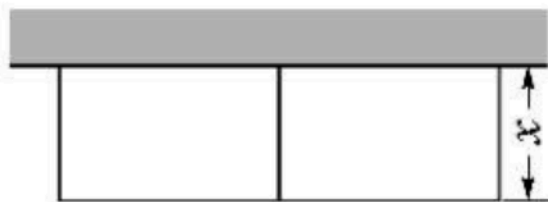
- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 10$ B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 10 (x^2 + y^2 \leq 16)$
 C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 9$ D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$

26. 如图, 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , 则顶点 B_1 到面 BA_1C_1 的距离等于()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ C. a D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

27. 要建造一面靠墙, 且面积相同的两间相邻的长方形居室, 如图所示。如果已有材料可建成的围墙总长度为 30 米, 那么要使所建居室总面积最大, 宽 x (单位: 米)应为()



- A. 3 B. 7.5 C. 5 D. 3.75

28. 设 a 为实常数, $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = 9x + \frac{a^2}{x} + 7$,

若 $f(x) \geq a+1$ 对一切 $x \geq 0$ 成立, 则 a 的取值范围为()

- A. $[\frac{8}{5}, +\infty)$ B. $[-\frac{8}{7}, \frac{8}{5}]$ C. $(-\frac{8}{7}, \frac{8}{5})$ D. $(-\infty, -\frac{8}{7}]$

29. 已知一元二次方程 $x^2+px+p=0$ 的两个实根分别为 a 和 b , 且 $a^2+b^2=3$, 则实数 $p=()$

- A. 3 B. -1 C. 3 或 -1 D. 不存在这样的实数

30. 已知 $\log_{18}9 = a$, $18^b = 5$, 则 $\log_{36}45 = ()$

- A. $\frac{a+b}{2+a}$ B. $\frac{a+b}{2-a}$ C. $\frac{a+b}{2a}$ D. $\frac{a+b}{a^2}$

参考答案

1. C 2. C 3. D 4. D 5. D 6. D 7. D 8. B 9. A 10. D
11. C 12. B 13. C 14. B 15. A 16. B 17. A 18. B 19. A 20. C
21. A 22. B 23. A 24. A 25. B 26. A 27. C 28. D 29. B 30. B